This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Library
of the
University of Wisconsin

Statische Untersuchung

und

Beschreibung

einer

Betonbogenbrücke

mit

Granitgelenken

von

Hermann Dewitz

Diplom-Ingenieur.

Mit 43 Abbildungen im Text und 3 Tafeln.

Hannover 1905.

Helwingsche Verlagsbuchhandlung.

Inhalt.

Seite

Einleitung 7
Stützlinien 9
Ermittelung der Spannungen 9
Rechnerische Untersuchung einer Fuge 13
Einflufslinien:
für den Horizontalschub 17
für die Querkräfte 21
Konstruktion der Einflufslinie für die Biegungsmomente und Beweis derselben 25
Ermittelung der Spannungen mit Hilfe der Kernmomente . . 30
Statische Untersuchung der Mittelpfeiler 37
Statische Untersuchung der Widerlager 45
Berechnung der Gelenke 52
Das Lehrgerüst 58

Einleitung.

Für eine eingleisige Hauptbahn, welche über einen Fluſs führt, soll eine Brücke aus Stampfbeton hergestellt werden. Die Brücke erhält drei Öffnungen, jede Öffnung eine Stützweite von 26,50 m. Die Gewölbe sind an den Kämpfern sowie im Scheitel mit Granitgelenken versehen. (Abb. 1.)

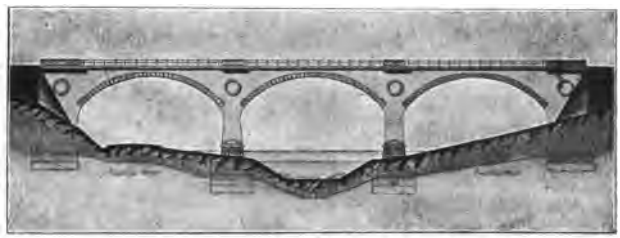


Abb. 1.

Es entsteht somit eine erhebliche Vereinfachung in der Berechnung dadurch, daſs die statische Unbestimmtheit des Gewölbebogens beseitigt wird, und somit die Elastizitätstheorie nicht angewendet zu werden braucht.

Für die Eigengewichte der Materialien sind angenommen: 1 cbm Beton = 2300 kg, für die Kiesbettung 1 cbm = 1600 kg.

Es ist am zweckmäſsigsten, die verschiedenen Belastungshöhen auf eine einheitliche, und zwar auf die des Betons, zu reduzieren. Demnach beträgt die Belastungshöhe der Kiesbettung von 0,80 m Stärke:

$$0{,}8 \cdot \frac{1600}{2300} = 0{,}56 \text{ m}.$$

Die Abmessungen der Lokomotiven, welche der Berechnung zugrunde gelegt sind, ersehe man aus Abb. 2.

Die Last einer Lokomotive verteilt sich auf eine Länge von 6,0 m und eine Tiefe von 4,1 m. (Abb. 3.)

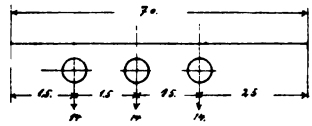


Abb. 2.

Dabei ist beachtet, daſs sich der Druck im Beton unter einem Winkel von ungefähr 60 ° verteilt. Man erhält somit als gleichmäſsig verteilte Belastung:

$$\frac{3 \cdot 14000}{6{,}0} = 7000 \text{ kg}$$

für das lfd. m und die ganze Tiefe von 4,1 m.

Auf 1,0 m Tiefe gerechnet ist die gleichmäſsig verteilte Last:

$$q = \frac{7000}{4{,}1} = \sim 1700 \text{ kg}.$$

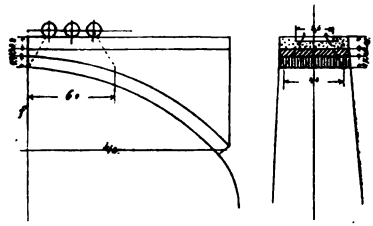


Abb. 3.

Die Belastungshöhe, auf Beton reduziert, beträgt:

$$q = \frac{1700}{2300} = 0{,}74 \text{ m}.$$

Einzelne Abmessungen der Brücke:

Stützweite einer Öffnung	$l =$	26,50 m.
Pfeilhöhe	$f =$	5,70 m.
Pfeilverhältnis	$=$	rd. $\frac{1}{5}$.
Scheitelstärke	$d_0 =$	0,70 m.
Kämpferstärke	$d_1 =$	0,80 m.
Bruchfuge	$d_2 =$	1,00 m.

Gröfste Druckbeanspruchung soll 28 $^{kg}/_{cm^2}$ nicht überschreiten. Sehr geringe Zugspannungen sind zulässig.

Stützlinien.

Unter der Stützlinie eines Gewölbes kann man sich eine materiell gedachte Linie vorstellen, welche unter der Einwirkung der inneren und äufseren Kräfte nur in ihrer Längenrichtung beansprucht wird. Hiervon unterscheidet man die Drucklinie. Unter dieser versteht man die Verbindungslinie der Durchstofspunkte (Druckmittelpunkte) der Mittelkraftslinien mit den einzelnen Normalfugen (Schnitte senkrecht zur Gewölbeachse). Bei Gewölben aus Stampfbeton, Bruchsteinen oder Ziegelsteinen ist die einfachere Konstruktion der Stützlinie der der Drucklinie vorzuziehen. Die Stützlinie wird für Eigengewicht, für volle Belastung und für einseitige Belastung eingezeichnet (Tafel I). Das Gewölbe wird so konstruiert, dafs die Stützlinie für Eigengewicht mit der Mittellinie des Bogens zusammenfällt, und dafs diejenige für einseitige Belastung innerhalb des Kernes bleibt, um Zugspannungen nach Möglichkeit zu vermeiden.

Bei der Ermittelung der Stützlinien teilt man das gesamte Gewölbe in lotrechte Streifen (Abb. 4), läfst diese als Einzellasten wirken und konstruiert dafür ein Seileck.

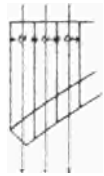


Abb. 4.

Hierbei ist noch zu bemerken, dafs vorher beim Krafteck mittelst der Kämpferdrucklinien der richtige Pol für die betreffende Untersuchung ermittelt ist. (Tafel I).

Ermittelung der Spannungen.

Wenn die verschiedenen Stützlinien in das Gewölbe eingezeichnet sind, so lassen sich die Spannungen in den

einzelnen Fugen durch Rechnung ermitteln (Abb. 5 und 6).

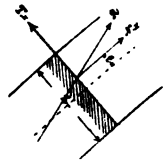


Abb. 5.

Die gefundenen Werte werden aufgetragen, und man erhält die sogenannten Spannungsdiagramme (Tafel I).

Die Spannungen in einer Fuge werden mit S_o bezw. S_u bezeichnet. Diese setzen sich zusammen aus:

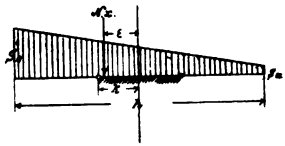


Abb. 6.

1) $$S_1 = \frac{N_x}{F}$$

2) $$S_2 = \frac{M_x}{W}$$

wobei $M_x = N_x \cdot \varepsilon$ (Abb. 5).

$$W = \frac{J}{e} = \frac{d h^3 \cdot 2}{12 h} \quad \text{(Abb. 7).}$$

$$W = \frac{d h^2}{6}.$$

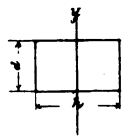


Abb. 7.

3)
$$\begin{aligned} S_{\substack{o \\ u}} &= S_1 \pm S_2 \\ &= \frac{N_x}{F} \pm \frac{M_x}{W} \\ &= \frac{N_x}{F} \pm \frac{N_x \cdot \varepsilon \cdot 6}{d h^2} \\ &= \frac{N_x}{F}\left(1 \pm \frac{6 \cdot \varepsilon}{h}\right) \\ &= \frac{N_x}{F}\left(\frac{h/6 \pm \varepsilon}{h/6}\right). \end{aligned}$$

Da $\frac{h}{6} = k$ ist (halbe Kernweite),

$$S_{\substack{o \\ u}} = \frac{N_x}{F}\left(\frac{k \pm \varepsilon}{k}\right).$$

Es gibt nun zwei Möglichkeiten für die Auftragung der Spannungen:

a) die ausgerechneten Werte von S_o und S_u werden aufgetragen.

b) Man ermittelt S_1 und konstruiert S_o und S_u (Abb. 8).

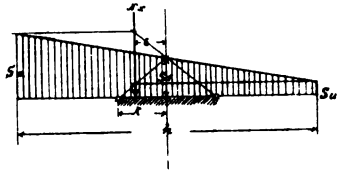


Abb. 8

Ist $S_1 > S_2$, so treten nur Druckspannungen auf (Abb. 9). N_x liegt innerhalb der Kernweite.

Ist $S_1 = S_2$, so tritt an der einen Seite des Querschnittes die Spannung 0 auf und N_x fällt in die Kerngrenze. (Abb. 10.)

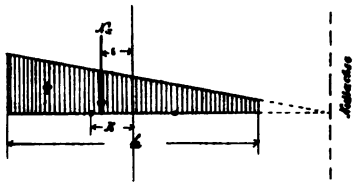


Abb. 9.

Ist $S_2 > S_1$, so liegt N_x aufserhalb der Kernweite. Es treten Zugspannungen auf, und die Nullachse liegt innerhalb des Querschnittes. (Abb. 11).

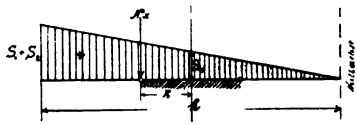


Abb. 10.

Nach Gleichung 3 ist

$$S_u = \frac{N_x}{F} \pm \frac{N_x \cdot \varepsilon}{F \cdot k}$$

da $F \cdot k = W = \frac{J}{e}$ ist.

$$4) \quad S_u^o = \frac{N_x (k \pm \varepsilon)}{F \cdot k}$$

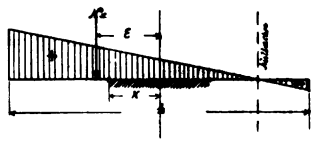


Abb. 11.

4a) $$S_u = \frac{N_x \cdot \eta_1}{F \cdot k}$$

4b) $$S_o = \frac{N_x \cdot \eta_2}{F \cdot k}$$

(Abb. 12).

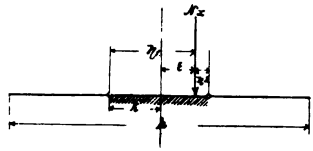


Abb. 12.

$N_x \cdot \eta_1$ ist das Kernmoment bezogen auf den oberen Punkt. $N_x \cdot \eta_2$ ist das untere Kernmoment.

Da

$$S_u = \frac{N_x \cdot \eta_1}{F \cdot k},$$

ist auch

5) $$S_u = S_1 \frac{\eta_1}{k},$$

demnach $$S_u : S_1 = \eta_1 : k$$

und $$S_o : S_1 = \eta_2 : k.$$

Die Spannungen lassen sich graphisch auch noch mit Hilfe der Nullachse und des Trägheitshalbmessers ermitteln.

Unter Berücksichtigung der Nullachse (Abb. 13) ist

6) $$\frac{N_x}{F} = \frac{N_x \cdot \varepsilon \cdot m}{J}$$

oder

6a) $$\frac{J}{F} = m \cdot \varepsilon.$$

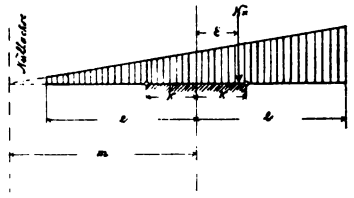


Abb. 13.

Das Trägheitsmoment eines Massenkörpers:

$J = \Sigma m \cdot r^2$ (Abb. 14)

$= M \cdot r^2.$

Ist nun $r = i$, so $J = M \cdot i^2$.

Diese Formel auf eine Fläche bezogen, gibt $J = F \cdot i^2$ oder

7) $$i = \sqrt{\frac{J}{F}}.$$

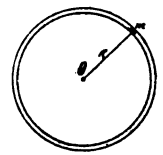


Abb. 14.

Nach Formel 6a ist:

$$i^2 = m \cdot \varepsilon$$

und

$$m = \frac{i^2}{\varepsilon}.$$

Hiernach die Konstruktion (Abb. 15).

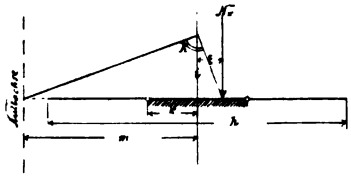


Abb. 15.

Man rechnet den Trägheitshalbmesser i aus und trägt diesen Wert auf der Mittellinie der Fuge auf. Verbindet man den Punkt mit demjenigen, in welchem N_x angreift, und errichtet an der Verbindungslinie im Endpunkt von i das Lot, so erhält man den Punkt der Nulllinie. Trägt man ferner auf der Mittellinie der Fuge das ausgerechnete S_1 auf und verbindet diesen Punkt mit dem der Nulllinie, so schneidet diese Verbindungslinie an den Enden der Fuge die Strecken S_o und S_u ab (Abb. 16).

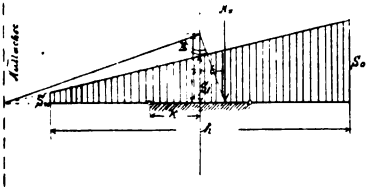


Abb. 16.

Rechnerische Untersuchung einer Fuge.

Abb. 17 gibt in einer nicht maßstäblichen Skizze ein klares Bild über den Gang der Rechnung.

$x = 7{,}3^{\,\mathrm{m}}$.
$y = 4{,}8^{\,\mathrm{m}}$.
$f = 5{,}7^{\,\mathrm{m}}$.
$l = 26{,}5^{\,\mathrm{m}}$.
$r = 2{,}8^{\,\mathrm{m}}$.
$g = 4{,}7^{\,\mathrm{m}}$.

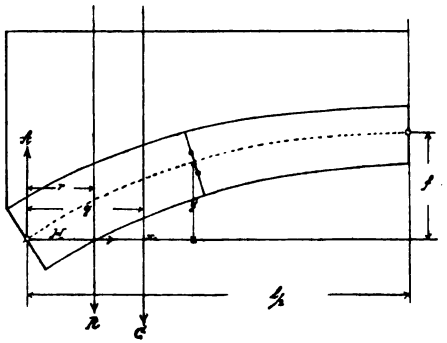


Abb. 17.

Eigengewicht des Gewölbes: $G = 113^{t}$.
Eigengewicht bis zur Fuge: $R = 83^{t}$.

Diese Werte lassen sich aus dem Kräfteplan für Eigengewicht (Tafel I) entnehmen.

A. Eigengewicht.

1. Auflagerdruck:

$$A = B = 113^{t}.$$

2. Horizontalschub:

$$A \cdot \frac{l}{2} - H \cdot f - G\left(\frac{l}{2} - g\right) = 0$$

$$H = \frac{A\frac{l}{2} - G\frac{l}{2} + G \cdot g}{f}$$

$$H = \frac{G \cdot g}{f} = \frac{113 \cdot 4{,}7}{5{,}7}$$

$$H = 93\,t$$

3. Querkraft:

$$V_x = A - R$$
$$V_x = 113 - 83$$
$$V_x = 30^{t}.$$

4. Biegungsmoment:

$$M_x = A \cdot x - H \cdot y - R(x - r)$$
$$M_x = 113 \cdot 7{,}3 - 93 \cdot 1{,}8 - 83 \cdot 4{,}5$$
$$M_x = 5^{mt}.$$

5. Normalkraft (Abb. 18):

$$N_x = V_x \sin \varphi_x + H \cos \varphi_x$$
$$N_x = 30 \cdot 0{,}32 + 93 \cdot 0{,}95$$
$$N_x = 98^{t}.$$

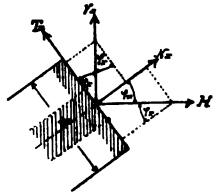


Abb. 18.

6. Ermittelung der Spannungen:

$$S_{o \atop u} = \frac{N_x}{F} \pm \frac{M_x}{W}$$

$$W = \frac{d \cdot h^2}{6}; \quad d = 1{,}0^{\,m}, \quad h = 1{,}0^{\,m}, \quad \text{also} \quad W = \frac{1}{6}$$

$$S_{o \atop u} = 9{,}8 \pm 3$$

$$S_o = 12{,}8\ ^{kg}/_{cm^2}$$

$$S_u = 6{,}8\ ^{kg}/_{cm^2}.$$

B. Einseitige Belastung.

Abb. 19 ist gleichfalls in einer nicht maßstäblichen Skizze gezeichnet.

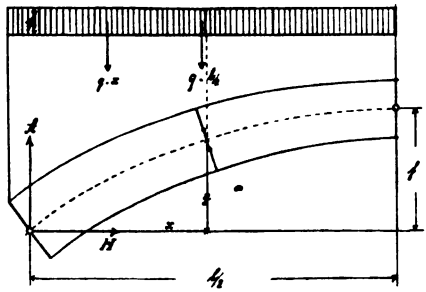


Abb. 19.

Die gleichmäßig verteilte Last der Lokomotive $q = 1{,}7^{\,t}$ pro lfd. ^{m} und $1{,}0^{\,m}$ Tiefe.

$$q \cdot \frac{l}{2} = 22{,}5^{\,t}$$

$$q \cdot x = 12{,}4^{\,t}.$$

1. Auflagerdruck:

$$A \cdot l = q \frac{l}{2}\left(l - \frac{l}{4}\right)$$

$$A = \frac{3}{8} q \cdot l$$

$$A = 16{,}9^{\,t}.$$

2. Horizontalschub:

$$H = \frac{A \cdot \frac{l}{2} - q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4}}{f}$$

$$H = \frac{16{,}9 \cdot 13{,}25 - 22{,}5 \cdot 6{,}6}{5{,}7}$$

$$H = 13{,}16\ ^{t}.$$

3. Querkraft:

$$V_x = A - R$$

$$V_x = 16{,}9 - 12{,}4$$

$$V_x = 4{,}5\ ^{t}.$$

4. Biegungsmoment:

$$M_x = A \cdot x - H \cdot y - q \cdot x \cdot \frac{x}{2}$$

$$M_x = 16{,}9 \cdot 7{,}3 - 13{,}16 \cdot 4{,}8 - 12{,}4 \cdot \frac{7{,}3}{2}$$

$$M_x = 14{,}7\ ^{mt}.$$

5. Normalkraft (Abb. 18):

$$N_x = V_x \cdot \sin \varphi_x + H \cdot \cos \varphi_x$$

$$N_x = 4{,}5 \cdot 0{,}32 + 13{,}16 \cdot 0{,}95$$

$$N_x = 13{,}94\ ^{t}.$$

6. Ermittelung der Spannungen:

$$S_{\substack{o \\ u}} = \frac{N_x}{F} \pm \frac{M_x}{W}$$

$W = \frac{d \cdot h^2}{6}$; $d = 1{,}0\ ^{m}$ und $h = 1{,}0\ ^{m}$, also $W = \frac{1}{6}$

$$S_{\substack{o \\ u}} = 1{,}39 \pm 8{,}83$$

$$S_o = +\ 10{,}21\ ^{kg}/_{cm^2}$$

$$S_u = -\ 7{,}44\ ^{kg}/_{cm^2}.$$

Mithin sind die Gesamtspannungen für die einseitige Belastung:

$$S_o = 12{,}8 + 10{,}21$$
$$S_o = 23{,}01 \ ^{kg}/_{cm^2}$$

und

$$S_u = 6{,}8 - 7{,}44$$
$$S_u = -0{,}64 \ ^{kg}/_{cm^2}.$$

Rechnung mittelst Einflufslinien für den Horizontalschub.

Nach Abb. 20 ist:

$$V_A \cdot l = P_1 (l - a)$$
$$V_A = \frac{P_1 (l - a)}{l}$$

für $P_1 = 1$, ist

8) $$V_A = \frac{l - a}{l}.$$

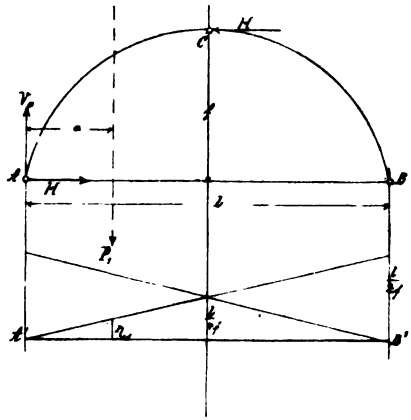


Abb. 20.

Den Horizontalschub findet man aus der Gleichung:

$$V_A \cdot \frac{l}{2} - H \cdot f - P_1 \left(\frac{l}{2} - a\right) = 0 .$$

Daraus ergibt sich:

$$H = \frac{V_A \cdot \frac{l}{2} - P_1 \left(\frac{l}{2} - a\right)}{f} .$$

Setzt man $P_1 = 1$ und den Wert für V_A in obige Gleichung ein, so ist:

$$H = \frac{\left(\frac{l-a}{l}\right)\frac{l}{2} - \frac{l-2a}{2}}{f}$$

9) $$H = \frac{a}{2f} .$$

Hiernach läfst sich die Einflufslinie für den Horizontalschub zeichnen (Abb. 20). Mit $a = 0$ beginnend, endigt sie mit $a = l$, mithin ist hier

9a) $$H = \frac{l}{2f} .$$

Für die Mitte des Gewölbes, also $a = \frac{l}{2}$, ist

$$H = \frac{l}{4f} .$$

Mit Hilfe dieser Einflufslinie kann man nun den Horizontalschub für jeden beliebigen Punkt des Gewölbes und jede beliebige Einzellast ablesen.

Z. B. für P_1, P_2 .... ist:

$$H_1 = P_1 \cdot \eta_1$$
$$H_2 = P_2 \cdot \eta_2 \ldots .$$
$$H = P_1 \cdot \eta_1 + P_2 \cdot \eta_2 + \ldots .$$

10) $$H = \Sigma_o^l \, P \cdot \eta .$$

Der Horizontalschub für gleichmäfsig verteilte Belastung ist:

11) $$H = F \cdot q,$$

wo F = Einflufsfläche q = Belastung pro lfd. ^{m}.

Der Horizontalschub für einseitige Belastung ohne Berücksichtigung des Eigengewichtes ergibt sich genau in derselben Weise (Abb. 21). Für eine beliebige Fuge ist:

$$H = \varphi \cdot q.$$

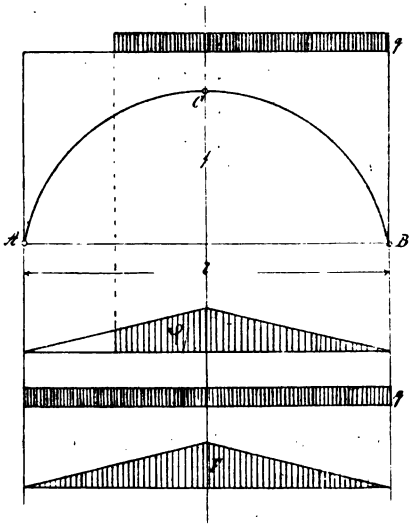


Abb. 21.

Ermittelung des Horizontalschubes für das Eigengewicht nach Gleichung 10.

$$H = \Sigma_o^l P \cdot \eta.$$

Da das Gewölbe in 28 Lamellen geteilt ist (Tafel I), so ist:

$$H = \Sigma_1^{28} P \cdot \eta.$$

$$
\begin{aligned}
P_1 \cdot \eta_1 &= 9{,}48 \cdot 0 \quad = 0 \text{ t} \\
P_2 \cdot \eta_2 &= 16{,}64 \cdot 0{,}07 = 1{,}09 \text{ „} \\
P_3 \cdot \eta_3 &= 13{,}45 \cdot 0{,}15 = 2{,}02 \text{ „} \\
P_4 \cdot \eta_4 &= 11{,}73 \cdot 0{,}24 = 2{,}82 \text{ „} \\
P_5 \cdot \eta_5 &= 10{,}12 \cdot 0{,}33 = 3{,}32 \text{ „} \\
P_6 \cdot \eta_6 &= 8{,}86 \cdot 0{,}42 = 3{,}72 \text{ „} \\
P_7 \cdot \eta_7 &= 7{,}80 \cdot 0{,}50 = 3{,}90 \text{ „} \\
P_8 \cdot \eta_8 &= 6{,}90 \cdot 0{,}58 = 4{,}00 \text{ „} \\
P_9 \cdot \eta_9 &= 6{,}09 \cdot 0{,}67 = 4{,}08 \text{ „} \\
P_{10} \cdot \eta_{10} &= 5{,}47 \cdot 0{,}76 = 4{,}14 \text{ „} \\
P_{11} \cdot \eta_{11} &= 4{,}92 \cdot 0{,}84 = 4{,}14 \text{ „} \\
P_{12} \cdot \eta_{12} &= 4{,}48 \cdot 0{,}93 = 4{,}16 \text{ „} \\
P_{13} \cdot \eta_{13} &= 4{,}21 \cdot 1{,}02 = 4{,}26 \text{ „} \\
P_{14} \cdot \eta_{14} &= 4{,}03 \cdot 1{,}10 = 4{,}44 \text{ „} \\
\hline
&\Sigma_1^{14} P \cdot \eta = 46{,}09 \text{ t}.
\end{aligned}
$$

Danach

$$
\begin{aligned}
H &= 2 \cdot \Sigma_1^{14} P \cdot \eta \\
H &= 2 \,.\, 46{,}09 \\
H &= \quad 92{,}18 \text{ t}.
\end{aligned}
$$

Der gesamte Horizontalschub für die einseitige Belastung ist nach Gleichung 10 und 11:

$$H = \Sigma_o^l P \cdot \eta + \varphi \cdot q.$$

Addiert man diese beiden Werte, so erhält man:

$$H = 92{,}18 + \frac{\frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4f}}{2} \cdot 1{,}7$$

$$H = 92{,}18 + \frac{13{,}25 \cdot 1{,}16}{2} \cdot 1{,}7$$

$$H = 105{,}25 \text{ t}.$$

Rechnung mittelst Einflufslinien für die Querkräfte.

$$V_A = \frac{P_1 \cdot (l - a)}{l} \quad \text{(Abb. 22).}$$

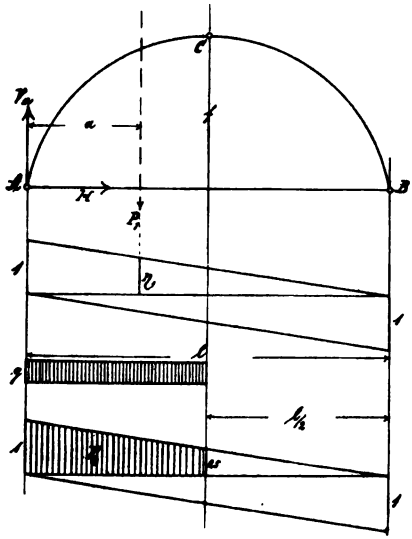


Abb. 22.

Die Ermittelung ist ähnlich wie die des Horizontalschubes. Denn für $P_1 = 1$, ist:

12) $$V_A = \frac{l - a}{l}.$$

Ist $a = 0$, so:

$$V_A = \frac{l}{l} = 1.$$

Hiernach kann man die Einflufslinie für die Querkraft zeichnen. Bei Betrachtung der Querkraft für eine Einzellast P_1 ist

$$V_1 = P_1 \cdot \eta_1$$
$$V_2 = P_2 \cdot \eta_2 \ldots .$$

13) $$V = \Sigma P \cdot \eta .$$

Für die einseitige Belastung, ohne Berücksichtigung der Eigenlast ist

14) $$V = F_\eta \cdot q .$$

Rechnung der Querkraft für das Eigengewicht.

$$V = \Sigma_1^{38} P \cdot \eta .$$

Diese Querkraft ist gleich dem Auflagerdruck:

$P_1 \cdot \eta_1 = 4{,}12 \cdot 1{,}00 = 4{,}12$ cbm
$P_2 \cdot \eta_2 = 6{,}80 \cdot 0{,}97 = 6{,}60$ „
$P_3 \cdot \eta_3 = 5{,}85 \cdot 0{,}94 = 5{,}50$ „
$P_4 \cdot \eta_4 = 5{,}10 \cdot 0{,}91 = 4{,}64$ „
$P_5 \cdot \eta_5 = 4{,}40 \cdot 0{,}88 = 3{,}88$ „
$P_6 \cdot \eta_6 = 3{,}85 \cdot 0{,}84 = 3{,}23$ „
$P_7 \cdot \eta_7 = 3{,}39 \cdot 0{,}80 = 2{,}71$ „
$P_8 \cdot \eta_8 = 3{,}00 \cdot 0{,}76 = 2{,}28$ „
$P_9 \cdot \eta_9 = 2{,}65 \cdot 0{,}72 = 1{,}91$ „
$P_{10} \cdot \eta_{10} = 2{,}38 \cdot 0{,}68 = 1{,}62$ „
$P_{11} \cdot \eta_{11} = 2{,}14 \cdot 0{,}64 = 1{,}36$ „
$P_{12} \cdot \eta_{12} = 1{,}95 \cdot 0{,}60 = 1{,}17$ „
$P_{13} \cdot \eta_{13} = 1{,}83 \cdot 0{,}56 = 1{,}02$ „
$P_{14} \cdot \eta_{14} = 1{,}75 \cdot 0{,}52 = 0{,}90$ „
$P_{15} \cdot \eta_{15} = 1{,}75 \cdot 0{,}48 = 0{,}84$ „
$P_{16} \cdot \eta_{16} = 1{,}83 \cdot 0{,}45 = 0{,}82$ „
$P_{17} \cdot \eta_{17} = 1{,}95 \cdot 0{,}41 = 0{,}80$ „
$P_{18} \cdot \eta_{18} = 2{,}14 \cdot 0{,}37 = 0{,}79$ „
$P_{19} \cdot \eta_{19} = 2{,}38 \cdot 0{,}33 = 0{,}79$ „

$$P_{20} \cdot \eta_{20} = 2{,}65 \cdot 0{,}29 = 0{,}77 \text{ cbm}$$
$$P_{21} \cdot \eta_{21} = 3{,}00 \cdot 0{,}25 = 0{,}75 \text{ „}$$
$$P_{22} \cdot \eta_{22} = 3{,}39 \cdot 0{,}21 = 0{,}71 \text{ „}$$
$$P_{23} \cdot \eta_{23} = 3{,}85 \cdot 0{,}17 = 0{,}64 \text{ „}$$
$$P_{24} \cdot \eta_{24} = 4{,}40 \cdot 0{,}13 = 0{,}57 \text{ „}$$
$$P_{25} \cdot \eta_{25} = 5{,}10 \cdot 0{,}09 = 0{,}56 \text{ „}$$
$$P_{26} \cdot \eta_{26} = 5{,}85 \cdot 0{,}06 = 0{,}62 \text{ „}$$
$$P_{27} \cdot \eta_{27} = 6{,}80 \cdot 0{,}03 = 0{,}70 \text{ „}$$
$$P_{28} \cdot \eta_{28} = 4{,}12 \cdot 0{,}00 = 0 \text{ „}$$

$$\Sigma_1^{28} P \cdot \eta = 50{,}32 \text{ cbm}$$

$$V = 50{,}32 \cdot 2{,}3$$
$$= 112{,}73 \text{ t}.$$

Die gesamte Querkraft für einseitige Belastung erhält man durch Addition der Gleichungen 13 und 14. Mithin

$$V = \Sigma_1^{28} P \cdot \eta + F_\eta \cdot q$$
$$V = 112{,}73 + \frac{1 + 0{,}5}{2} \cdot 13{,}25 \cdot 1{,}7$$
$$V = 128{,}58 \text{ t}.$$

Ermittelung der Querkräfte in den einzelnen Fugen.

Nach der allgemeinen Theorie der Querkräfte ist die Querkraft für die betreffende Fuge im Abstande x von A unter Berücksichtigung der auf das Gewölbe wirkenden Einzellasten (Abb. 23):

$$V_x = P_3 \cdot \eta_3 + P_4 \cdot \eta_4 + P_5 \cdot \eta_5 - (P_1 \cdot \delta_1 + P_2 \cdot \delta_2).$$

Oder wenn man die Gleichung allgemein ausdrückt:

15) $$V_x = \Sigma_x^l P \cdot \eta - \Sigma_o^x P \cdot \delta.$$

Und für die gleichmäßig verteilte volle Belastung (Abb. 23):

16) $$V_x = (F_\eta - F_\delta) \cdot q .$$

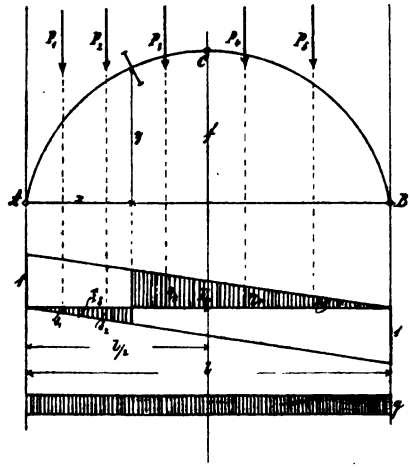


Abb. 23.

Rechnung der Querkraft einer Fuge (Tafel I).

Nach Gleichung 15 ist:

$$V_x = \Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta$$
$$= (17{,}36 - 4{,}56) \cdot 2{,}3$$
$$= 29{,}5 \text{ t (nur Eigenlast).}$$

Nach Gleichung 16 ist:

$$V_x = (F_\eta - F_\delta) \cdot q .$$

Es wird hier die einseitige Belastung nur bis zur Brückenmitte angenommen, demnach:

$$V_x = \left(\frac{0{,}74 + 0{,}50}{2} \cdot 5{,}95 - \frac{7{,}3 \cdot 0{,}26}{2}\right) \cdot 1{,}7 = 4{,}86 \text{ t} .$$

Mithin gesamte Querkraft für die einseitige Belastung:

$$V = 29{,}5 + 4{,}86$$
$$V = 34{,}36\ ^{t}.$$

Konstruktion der Einflufslinie für die Biegungsmomente und Beweis derselben.

Die Spannungen in den einzelnen Fugen lassen sich ferner mit Hilfe der Einflufslinien für die Biegungsmomente ermitteln (Abb. 24). Die Konstruktion für eine bestimmte Fuge ist in untenstehender Skizze angegeben.

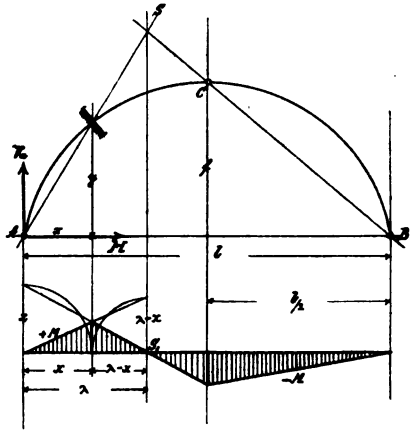


Abb. 24.

Für den Beweis der Richtigkeit der positiven Momentenfläche nimmt man einen einfachen Träger auf zwei Stützen an mit der Spannweite λ und der Last P im Abstande a (Abb. 25).

Dann ist:

$$A \cdot \lambda = P \cdot (\lambda - a),$$

für $P = 1$:

17) $$A = \frac{\lambda - a}{\lambda}.$$

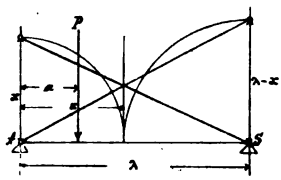


Abb. 25.

$$M_x = A \cdot x - P\,(x - a),$$

für $P = 1$:

18) $$M_x = a\,\frac{\lambda - x}{\lambda}.$$

Ist nun $a = \lambda$, dann $M_x = \lambda - x$.

Entstehung der Einflufslinie für die Biegungsmomente. Siehe Abb. 26.

$$z + z_1 = l$$

$$z_1 : \frac{l}{2} = h_1 : h$$

$$z_1 = h_1 \frac{l}{2 \cdot h}$$

$$y : h_1 = x : z$$

$$z = h_1 \cdot \frac{x}{y}$$

$$h_1 = z \cdot \frac{y}{x}$$

$$z_1 = z \cdot \frac{l}{2h} \cdot \frac{y}{x}$$

$$z = l - z_1$$

$$z = l - \frac{z \cdot l \cdot y}{2\,h\,x}$$

$$z + \frac{z \cdot l \cdot y}{2 \cdot h \cdot x} = l$$

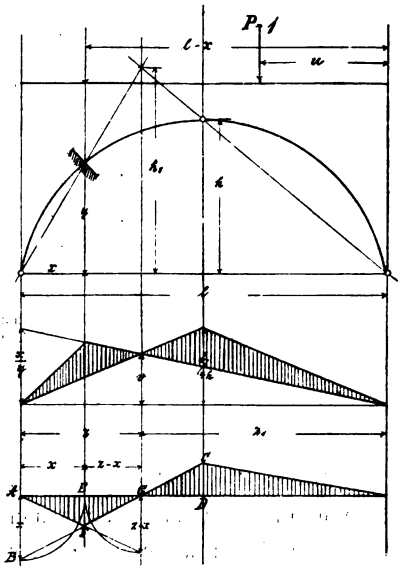


Abb. 26.

$$z\left(1+\frac{l\cdot y}{2\cdot h\cdot x}\right)=l$$

19) $$z=\frac{2\cdot h\cdot x\cdot l}{2\cdot h\cdot x+l\cdot y}.$$

$$z_1=l-z$$

$$z_1=l-\frac{2\cdot h\cdot x\cdot l}{2hx+ly}$$

$$z_1=\frac{2hlx+l^2y-2hxl}{2hx+ly}$$

20) $$z_1=\frac{l^2y}{2hx+ly}.$$

$$h_1=\frac{z_1\cdot 2\cdot h}{l}.$$

Setzt man in diese Gleichung den Wert von z_1 ein, so ist:

21) $$h_1=\frac{2lhy}{2hx+ly}.$$

$$z_1-\frac{l}{2}=\frac{l^2y}{2hx+ly}-\frac{l}{2}$$

$$z_1-\frac{l}{2}=\frac{2l^2y-2hlx-l^2y}{2(2hx+ly)}$$

22) $$z_1-\frac{l}{2}=-\frac{l(2hx-ly)}{2(2hx+ly)}.$$

$$z-x=\frac{2hlx}{2hx+ly}-x$$

$$z-x=\frac{2hlx-2hx^2-lxy}{2hx+ly}$$

23) $$z-x=x\cdot\frac{2h(l-x)-ly}{2hx+ly}.$$

Es ist: $A \cdot l - P \cdot u = 0$

für $P = 1$:

24) $$A = \frac{u}{l}.$$

Die Summe aller Momente $= 0$.

$$A\frac{l}{2} - H \cdot h = 0$$

25) $$H = \frac{A \cdot l}{2h} = \frac{u}{2h}.$$

Das Moment für die in Abb. 26 gezeichnete Fuge:

$$M_x = A \cdot x - H \cdot y.$$

Setzt man die Werte von A und H ein, so ist

$$M_x = \frac{u}{l} \cdot x - \frac{u}{2h} \cdot y.$$

Ist $u = \frac{l}{2}$, so

$$M_x = \frac{x}{2} - \frac{l \cdot y}{4h}$$

26) $$M_x = \frac{2hx - ly}{4h}.$$

Für $u = l - x$ ist:

$$H = \frac{x}{2h} \quad \text{und} \quad A = \frac{l - x}{l}$$

mithin:

$$M_x = \frac{x(l - x)}{l} - \frac{xy}{2h}$$

$$M_x = \frac{2hx(l - x) - lxy}{2hl}$$

27) $$M_x = x \cdot \frac{2h(l - x) - ly}{2hl}.$$

Die Konstruktion ersehe man aus Abb. 26. Dabei mufs man genau den Mafsstab beachten, in welchem die Auftragung erfolgt.

Beweis für die Richtigkeit der Konstruktion.

Vor: $AB = x$

BGC eine Gerade.

Beh.: $CD = M_u = \frac{2hx - ly}{4h}$ $\left(\text{für } u = \frac{l}{2}\right)$

$EF = M_u = x \cdot \frac{2h(l-x) - ly}{2hl}$ für $u = l - x$.

Beweis: $\Delta CDG \sim \Delta BAG$

$CD : AB = GD : AG$

$CD = \frac{AB \cdot GD}{AG}$

$CD = \frac{\left(z_1 - \frac{l}{2}\right) \cdot x}{z}$.

Setzt man in diese Gleichung nun die Werte für $\left(z_1 = \frac{l}{2}\right)$ und für z ein (siehe Gleichung 19 und 22), so ist:

$$CD = -\frac{l(2hx - ly)x}{2(2hx + ly)} \cdot \frac{(2hx + ly)}{2hlx}$$

28) $$CD = -\frac{2hx - ly}{4h} = M_u \text{ für } u = \frac{l}{2}.$$

$\Delta GEF \sim \Delta GAB$

$EF : AB = GE : GA$

$EF = \frac{AB \cdot GE}{GA}$

$EF = \frac{x(z - x)}{z}$.

Setzt man in diese Gleichung die Werte für $(z - x)$ und z ein (siehe Gleichung 19 und 23), so ist:

$$EF = x \frac{x[2h(l-x) - ly]}{2hx + ly} \cdot \frac{2hx + ly}{2hlx}$$

29) $$EF = x \frac{2h(l-x) - ly}{2hl} = M_u \text{ für } u = (l - x).$$

Es soll ferner nachgewiesen werden, daſs

$$GS = z - x \quad \text{ist.}$$

$$GS = z \cdot \frac{EF}{x}$$

$$GS = \frac{2hlx \cdot x\,[2h(l-x) - ly]}{(2hx + ly)\,2hlx}$$

$$GS = x\,\frac{2h(l-x) - ly}{2hx + ly}.$$

Dieses ist aber wieder der Wert von Gleichung 23, also

$$GS = z - x.$$

Ermittelung der Spannungen mit Hilfe der Kernmomente.

Wie schon im Anfange des vorigen Abschnittes erwähnt, lassen sich die Spannungen mit Hilfe der Einfluſs-

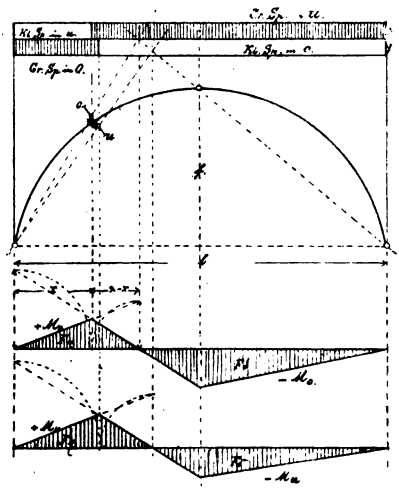


Abb. 27.

linien für die Biegungsmomente ermitteln. Um nun die gröfsten, bezw. kleinsten Beanspruchungen einer Fuge zu erhalten, stellt man die Einflufslinien in bezug auf den oberen bezw. den unteren Kernrand auf Abb. 27.

$$\text{Spannung} = \frac{\text{Kernmoment}}{\text{Widerstandsmoment}}.$$

Das Moment:

$$M_x = \Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta.$$

Aus der Einflufslinie in bezug auf den oberen Kernrand (siehe die obere Einflufslinie in Abb. 27) erhält man die Spannung in u, also:

30) $$S_u = \frac{M_o}{W} = \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W}.$$

In derselben Weise ist:

31) $$S_o = \frac{M_u}{W} = \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W}.$$

Um in einer bestimmten Fuge die ungünstigsten Spannungen S_o bezw. S_u zu erhalten, unter Berücksichtigung der Verkehrslast, konstruiert man die Lastscheiden durch den oberen bezw. unteren Kernpunkt und erhält somit die ungünstigsten Laststellungen der betreffenden Fuge. (Abb. 27).

Betrachtung der Kernmomente in Bezug auf den oberen Kernrand.

$M =$ Biegungsmoment
$W =$ Widerstandsmoment
$S =$ Spannung

$$S \cdot W = M$$

$$S = \frac{M}{W}.$$

Da nun $M = \Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta$ so ist:

$$S = \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W} \text{ (für Eigengewicht).}$$

Aus Abb. 28 läfst sich klar ersehen, dafs man die Spannungen in u, also S_u mittelst der oberen Kernmomente erhält und umgekehrt, die Spannungen S_o mittelst der unteren Kernmomente. Man unterscheidet folgende vier Fälle:

1. Zugspannungen in u, also $-S_u$, positives Kernmoment $+M_o$ (Abb. 28).
2. Druckspannungen in u, also $+S_u$, negatives Kernmoment $-M_o$ (Abb. 29).
3. Druckspannungen in o, also $+S_o$, positives Kernmoment $+M_u$ (Abb. 30).
4. Zugspannungen in o, also $-S_o$, negatives Kernmoment $-M_u$ (Abb. 31).

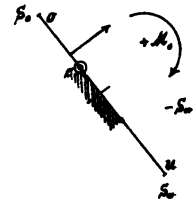


Abb. 28.

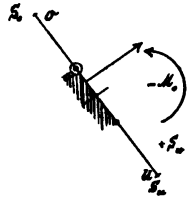


Abb. 29.

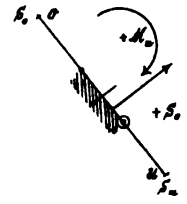


Abb. 30.

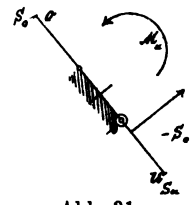


Abb. 31.

Wenn man nun die Momente für die ungünstigsten Laststellungen erhalten will, so werden die Momente für das Eigengewicht (Gleichung 30 und 31) zu denen für die ungünstigste Laststellung der vollen Belastung algebraisch addiert.

Für das Eigengewicht erhält man nur Druckspannungen $+S$, für die ungünstigsten Laststellungen Druck- bezw. Zugspannungen.

Betrachtung der Maximal- und Minimalspannungen in u, also $S_{u\,max}$ und $S_{u\,min}$ einer bestimmten Fuge.

Für das Eigengewicht erhält man Druckspannungen aus dem negativen Momente. Aus der Belastungsstrecke links der Lastscheide ergeben sich negative Spannungen in u. Aus der Belastungsstrecke rechts der Lastscheide positive Spannungen in u. Jedoch immer für eine bestimmte Fuge gerechnet. Werden die Resultate der Reihe nach algebraisch addiert, so erhält man die Maximal- bezw. Minimalspannung in u. (Abb. 27.)

S_u^l = Spannung für die Belastungsstrecke links der Lastscheide.

S_u^r = Spannung für die Belastungsstrecke rechts der Lastscheide.

S_u^e = Spannung für Eigengewicht.

$$S_{u\,max} = S_u^e + S_u^r$$

$$32) \qquad S_{u\,max} = \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W} + \frac{F_\delta \cdot q}{W}$$

$$S_{u\,min} = S_u^e + \left(-S_u^l\right)$$

$$33) \qquad S_{u\,min} = \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W} - \frac{F_\eta \cdot q}{W}.$$

Betrachtung der Maximal- und Minimalspannungen in o.

Es handelt sich also um die Ermittlung von $S_{o\,max}$ und $S_{o\,min}$ und zwar genau in derselben Weise wie oben. Für das Eigengewicht erhält man aus dem negativen Momente Zugspannungen, aus dem positiven Momente Druckspannungen.

Die Belastungsstrecke links der Lastscheide ergibt Druckspannungen in o, diejenige rechts der Lastscheide Zugspannungen in o. Addiert man die Resultate der Reihe nach algebraisch, so erhält man die Maximal- bezw. Minimalspannung in o. (Abb. 27).

Die Bezeichnungen sind wiederum wie oben:

$$S_{o\,max} = S_o^e + S_o^l$$

34) $$S_{o\,max} = \frac{\Sigma P \cdot \eta}{W} - \frac{\Sigma P \cdot \delta}{W} + \frac{F_\eta \cdot q}{W}$$

$$S_{o\,min} = S_o^e + \left(-S_o^r\right)$$

35) $$S_{o\,min} = \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W} - \frac{F_\delta \cdot q}{W}.$$

Rechnung der Spannungen einer Fuge mittelst der Kernmomente.

Betrachtung der Spannungen in u, also des oberen Kernmomentes. (Eigengewicht.) (Tafel I).

	$P \cdot \eta$		η	P		δ	$P \cdot \delta$	
1.	0	cbm	0	4,12	cbm	0	0	cbm
2.	1,49	„	0,22	6,80	„	0,14	0,952	„
3.	2,94	„	0,51	5,85	„	0,28	1,637	„
4.	3,977	„	0,78	5,10	„	0,45	2,293	„
5.	4,75	„	1.08	4,40	„	0,62	2,725	„
6.	5,24	„	1,36	3,85	„	0,75	2,882	„
7.	5,59	„	1,65	3,39	„	0,92	3,12	„
8.	5,91	„	1,97	3,00	„	1,08	3,24	„
9.	4,553	„	1,72	2,65	„	1,24	3,29	„
10.	2,425	„	1,02	2,38	„	1,40	3,33	„
11.	0,665	„	0,32	2,14	„	1,59	3,40	„
12.				1,95	„	1,72	3,353	„
13.				1,83	„	1,90	3,48	„
14.				1,75	„	2,04	3,57	„
15.				1,75	„	1,77	3,10	„
16.				1,83	„	1,08	1,976	„
17.				1,95	„	0,41	0,80	„
	$= + 37{,}53$	cbm					$= - 43{,}15$	cbm

Nach Gleichung 30 ist:

$$S_u^e = \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W} = \frac{M_o}{W}$$

$$M_o = + 37{,}53 - 43{,}15$$
$$M_o = - \ 5{,}62^{\text{cbm}} \cdot 2{,}3^{\text{t}}$$
$$M_o = - 12{,}9^{\text{m t}}$$

$$h = 1{,}0^{\text{m}} \quad W = \frac{d \cdot h^2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$S_u^l = \frac{M_o}{W} = \frac{12{,}9 \cdot 6}{10} = + 7{,}74^{\text{atm}} \text{ (Abb. 29).}$$

Durch Addition der Spannungen aus der ungünstigsten Laststellung erhält man $S_{u\,max}$ und $S_{u\,min}$.

$+ F_\eta \cdot q$ gibt Zugspannungen in u (Abb. 28)
$- F_\delta \cdot q$ gibt Druckspannungen in u (Abb. 29).

$$+ M_o = + F_\eta \cdot q = \frac{10{,}2 \cdot 2{,}08}{2} \cdot 1{,}7 = + 18{,}0^{\text{m t}}$$

$$- M_o = - F_\delta \cdot q = \frac{16{,}3 \cdot 2{,}14}{2} \cdot 1{,}7 = - 29{,}7^{\text{m t}}.$$

Zugspannung in u:

$$S_u^l = \frac{+ M_o}{W} = \frac{18{,}0 \cdot 6}{10} = - 10{,}8^{\text{atm}}.$$

Druckspannung in u:

$$S_u^r = \frac{- M_o}{W} = \frac{29{,}7 \cdot 6}{10} = + 17{,}8^{\text{atm}}.$$

$S_{u\,max} = + 7{,}74 + 17{,}8 = + 25{,}54^{\text{atm}}$ (nach Gleichung 32)
$S_{u\,min} = + 7{,}74 - 10{,}8 = - 3{,}06^{\text{atm}}$ (nach Gleichung 33).

Man sieht hieraus, dafs sich bei Ermittelung der Spannungen durch Einflufslinien gröfsere Zugspannungen ergeben, als bei der graphischen Untersuchung. Der

Unterschied ist aber nicht sehr grofs, und wenn man aus beiden Werten das arithmetische Mittel bildet, so ergeben sich Zugspannungen, die das zulässige Mafs nicht überschreiten.

Betrachtung der Spannungen in *o*, also des unteren Kernmomentes (Tafel I).

1. Eigengewicht.

$$M_u = \Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta .$$

	$P \cdot \eta$		η	P		δ	$P \cdot \delta$	
1.	0	cbm	0	4,12	cbm	0	0	cbm
2.	1,495	„	0,22	6,80	„	0,10	0,68	„
3.	3,16	„	0,54	5,85	„	0,22	1,286	„
4.	4,33	„	0,85	5,10	„	0,36	1,835	„
5.	5,105	„	1,16	4,40	„	0,48	2,11	„
6.	5,66	„	1,47	3,85	„	0,62	2,384	„
7.	6,04	„	1,78	3,39	„	0,75	2,54	„
8.	6,33	„	2,11	3,00	„	0,87	2,608	„
9.	5,35	„	2,02	2,65	„	1,02	2,72	„
10.	3,14	„	1,32	2,38	„	1,13	2,688	„
11.	1,39	„	0,65	2,14	„	1,25	2,678	„
12.				1,95	„	1,38	2,692	„
13.				1,83	„	1,52	2,78	„
14.				1,75	„	1,63	2,852	„
15.				1,75	„	1,33	2,325	„
16.				1,83	„	0,68	1,243	„
17.				1,95	„	0,04	0,078	„
	$= + 42{,}0$	cbm				$= - 33{,}50$		cbm

Nach Gleichung 31 ist:

$$S_o^e = \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W} = \frac{M_u}{W}$$

$$M_u = +42 - 33{,}5$$
$$M_u = +8{,}5^{\text{cbm}} \cdot 2{,}3^{\text{t}}$$
$$M_u = +19{,}5^{\text{m t}}$$
$$h = 1{,}0^{\text{m}} \quad W = \frac{d h^2}{6} = \frac{1}{6}$$
$$S_o^e = \frac{M_u}{W} = \frac{19{,}5 \cdot 6}{10} = +11{,}7^{\text{atm}} \text{ (Abb. 30).}$$

Durch Addition der Spannungen aus der ungünstigsten Laststellung erhält man $S_{o\,max}$ und $S_{o\,min}$.

$+ F_\eta \cdot q$ gibt Druckspannungen in o (Abb. 30)
$- F_\delta \cdot q$ gibt Zugspannungen in o (Abb. 31).

$$+ M_u = + F_\eta \cdot q = \frac{10{,}75 \cdot 2{,}30}{2} \cdot 1{,}67 = +21{,}0^{\text{m t}}$$
$$- M_u = - F_\delta \cdot q = \frac{15{,}75 \cdot 1{,}7}{2} \cdot 1{,}7 = -22{,}8^{\text{m t}}.$$

Druckspannungen in o:
$$S_o^l = \frac{+M_u}{W} = \frac{21{,}0 \cdot 6}{10} = +12{,}6^{\text{atm}}.$$

Zugspannungen in o:
$$S_o^r = \frac{-M_u}{W} = \frac{22{,}8 \cdot 6}{10} = -13{,}67^{\text{atm}}.$$

$S_{o\,max} = +11{,}7 + 12{,}6 = +23{,}3^{\text{atm}}$ (nach Gleichung 34)
$S_{o\,min} = +11{,}7 - 13{,}67 = -1{,}97^{\text{atm}}$ (nach Gleichung 35).

Statische Untersuchung der Mittelpfeiler.

Diese Untersuchung wird für den ungünstigsten Fall durchgeführt, man nimmt also das eine Gewölbe als belastet an, während das andere unbelastet ist (Abb. 32). Es ergeben sich dann für eine bestimmte Fuge die

resultierenden R_1 und R_2, welche mit G zusammengesetzt eine neue resultierende R ergeben (Abb. 32). Aufserdem ist aber noch der Winddruck zu berücksichtigen, und da ist

$$M_W = \Sigma W \cdot h$$

$$M_W = W \cdot h \text{ (Abb. 32).}$$

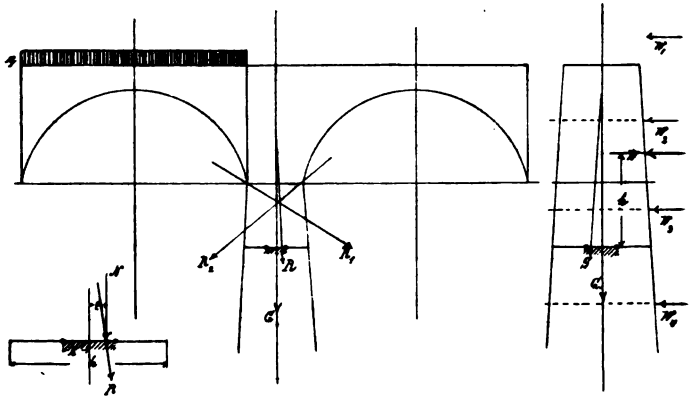


Abb. 32.

Setzt man die Mittelkraft aus dem Winddruck W mit mit dem Eigengewicht zusammen, so gibt dies eine resultierende S.

Durch Zusammensetzung dieser resultierenden S mit der aus dem Eigengewicht und der aus dem Horizontalschub erhält man die endgültige Mittelkraft sämtlicher Einzelkräfte und somit den Druckmittelpunkt der Fuge. (Abb. 33.)

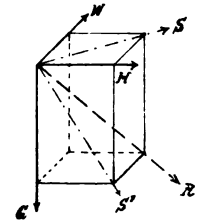


Abb. 33.

Der Winddruck ist mit 150 ^{kg} pro ^{qm} angenommen. Aufserdem ist der Winddruck für einen Eisenbahnzug gleich einem 3,0 ^{m} hohen Verkehrsbande

eingesetzt worden. Um für eine bestimmte Fuge des Pfeilers die verschiedenen Laststellungen zu erhalten, verbindet man jeden Kernpunkt mit den Kämpfergelenkpunkten der beiden Gewölbe, welche dann mit den entsprechenden Kämpferdrucklinien die Lastscheiden bilden. Auf den Pfeiler wirkt ferner noch ein Stück Verkehrslast direkt. Um ganz korrekt vorzugehen, müfste man für jede Fuge die entsprechende Laststellung ermitteln. Da jedoch der Unterschied sehr gering ist, soll hiervon abgesehen werden und die Durchführung für drei Fugen nur mit einer Laststellung erfolgen (Tafel II).

Für die Untersuchung auf erwähnter Tafel ist die Laststellung für Fuge 1 zugrunde gelegt. Ferner ersieht man dort aus der Darstellung der Kraftecke mit den zugehörigen Seilecken die Ermittelung der Resultierenden aus Eigengewicht, Kämpferdruck und Wind (Abb. 33). Die Kämpferdrücke $K_{\frac{m}{n}}$ und K_3 aus der Betriebslast, welche in Tafel II graphisch zusammengesetzt sind, lassen sich auch durch Einflufslinien ermitteln. (Siehe Tafel I.)

Ermittelung des Kämpferdruckes von p und s.

Hieraus ergibt sich

$$H_1 = F \cdot q \cdot T$$

wobei

$F =$ Fläche der Einflufslinie für den Horizontalschub

$q =$ Belastungshöhe $= 0{,}74$ m

$T =$ Breite der Brücke $= 4{,}5$ m

$$H_1 = F \cdot 0{,}74 \cdot 4{,}5$$

$$H_1 = \left(\frac{13{,}25 \cdot 1{,}16}{2} + \frac{(1{,}16 + 0{,}24) \cdot 10{,}8}{2}\right) \cdot 0{,}74 \cdot 4{,}5$$

$$H_1 = 50{,}5 \text{ cbm}.$$

Der Auflagerdruck aus diesen Lasten

$$A_1 = F \cdot q \cdot T$$

$F =$ Fläche der Einflufslinie für die Querkraft, q und T wie vor

$$A_1 = \left(\frac{1{,}0 + 0{,}07}{2} \cdot (13{,}25 + 10{,}8)\right) \cdot 0{,}74 \cdot 4{,}5$$

$$A_1 = 43 \text{ cbm}.$$

Diese beiden Kräfte zusammengesetzt geben den Kämpferdruck K_1 (s. Tafel II).

In derselben Weise ermittelt man K_2.

$$H_2 = F \cdot q \cdot T$$

$$H_2 = \frac{4{,}1 \cdot 0{,}45}{2} \cdot 0{,}74 \cdot 4{,}5$$

$$H_2 = 3{,}05 \text{ cbm}$$

und

$$A_2 = F \cdot q \cdot T$$

$$A_2 = \frac{1{,}0 + 0{,}8}{2} \cdot 4{,}1 \cdot 0{,}74 \cdot 4{,}5$$

$$A_2 = 12{,}25 \text{ cbm}.$$

Diese beiden Kräfte zusammengesetzt ergeben den Kämpferdruck K_2 (s. Tafel II).

Nach Ermittlung der einzelnen Kämpferdrücke erfolgt die Massenberechnung der Eigengewichte des Pfeilers und des Fundamentes.

Rechnung der Spannungen in den Fugen.

Für Fuge I und II soll $\sigma \leqq 18 \text{ kg/cm}^2$

Für Fuge III soll $\sigma \leqq 5 \text{ kg/cm}^2$.

Wie schon erwähnt ist zur Auffindung der Nullachse $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$ erforderlich (Gleichung 7).

Liegen nun Nullachse I und II in zwei aneinanderstofsenden Seiten des Querschnittes, so findet man mittelst erwähnter Konstruktion für die Ermittelung des Kernes (Winkel an der Spitze $= R$) die entsprechenden Kernpunkte (Abb. 34).

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}}.$$

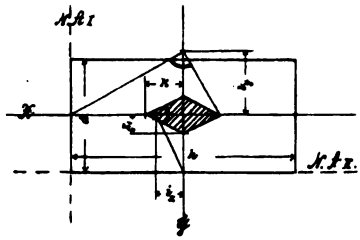


Abb. 34.

Es ist ferner nach Gleichung 4

$$W_{y\,max} = F \cdot k$$

$$W_{x\,max} = F \cdot k_1.$$

Diese Konstruktion ist wie bekannt bei allen Figuren ähnlich, wenn man noch als Regel betrachtet, dafs zu jeder Seite eines Querschnittes ein Kernpunkt und zu jeder Kante eine Seite des Kernes gehört. Liegt der Druckmittelpunkt nun aufserhalb der X- oder Y-Achse, so erhält man folgende Ermittelung (Abb. 35):

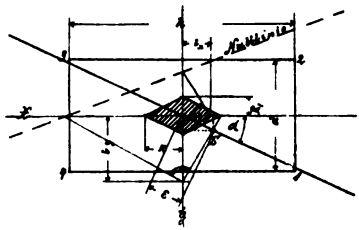


Abb. 35.

36) $M_\varepsilon = N \cdot \varepsilon$

und somit:

37) $M_x = M_\varepsilon \cdot \cos \alpha$

38) $M_y = M_\varepsilon \cdot \sin \alpha$.

Die Spannungen in Punkt 1, 2, 3 und 4 sind:

39) $$\sigma_1 = \frac{M_x}{W_y} + \frac{M_y}{W_x} + \frac{N}{F}$$

39 a) $$\sigma_2 = \frac{M_x}{W_y} - \frac{M_y}{W_x} + \frac{N}{F}$$

39 b) $$\sigma_3 = -\frac{M_x}{W_y} - \frac{M_y}{W_x} + \frac{N}{F}$$

39 c) $$\sigma_4 = -\frac{M_x}{W_y} + \frac{M_y}{W_x} + \frac{N}{F}$$

wobei

$$W_y = \frac{J_y}{e} = F \cdot \frac{d}{6}$$

$$W_x = \frac{J_x}{e_1} = F \cdot \frac{b}{6}.$$

Aus diesem ersieht man, daſs in 1 die gröſste und in 3 die kleinste Druckspannung auftritt. Die Darstellung der Spannungsermittelung in Fuge 1 ersehe man aus Tafel II.

Fuge 1:

$$N = 768^{\text{cbm}} \cdot 2{,}3 = 1766^{\text{t}}$$

$$F = 5 \cdot 3{,}8^{\text{qm}} = 19^{\text{qm}}.$$

Dann ist:

$$S_1 = \frac{N}{F} = \frac{1\,766\,000}{190\,000} = 9{,}4\ ^{\text{kg}}/_{\text{cm}^2}.$$

Trägt man nun diesen Wert in der Mitte der Linie, welche senkrecht zur Nullachse steht, auf und verbindet den so gefundenen Punkt mit dem der Nulllinie, so erhält man die Spannungsverteilung des Querschnittes. Oft lassen sich die beiden Punkte der Nulllinie nicht mehr auf das Zeichenblatt bringen, oder wenigstens einer derselben nicht, dann wendet man folgende Konstruktion mittelst der Trägheitsellipse an (Abb. 36).

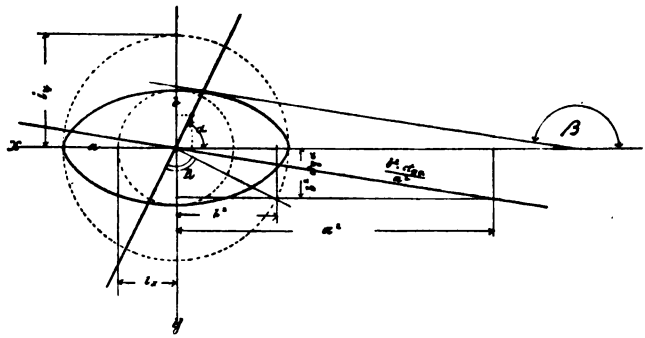


Abb. 36.

Bezieht man die Kurven auf ihre Hauptachsen, so ist die Mittelpunktsgleichung, wenn a und b die beiden Halbachsen bezeichnen:

40) $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 .$$

Daraus ergibt sich:

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \frac{b^2}{a^2} .$$

Hieraus folgt die Konstruktion, mit welcher Fuge 2 untersucht wird. Die Darstellung der Spannungen ersehe man aus Tafel II.

Fuge 2:

$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{12} + 2\,\frac{r^4 \pi}{8} = 39 + 21 = 60 \text{ m}^4$$

$$J_y = \frac{b \cdot h^3}{12} + 2\,J_2$$

wobei

$$J_2 = J_1 + F \cdot e_2^2 - F \cdot e_1^2 .$$

J_s = Trägheitsmoment des Halbkreises in bezug auf den Schwerpunkt.

F = Fläche des Halbkreises

$$J_s = J_1 - F \cdot e_1^2$$

$$J_s = J_2 - F \cdot e_2^2$$

$$J_2 = J_1 + F \cdot e_2^2 - F \cdot e_1^2 = J_1 + F\,(e_2^2 - e_1^2)$$

wobei

$$e_1 = 0{,}95$$

$$e_1^2 = 0{,}9$$

$$e_2 = 3{,}45$$

$$e_2^2 = 11{,}9$$

$$J_1 = \frac{r^4 \pi}{8} = 9{,}6^{\text{m}^4}$$

$$F = \frac{r^2 \pi}{2} = \frac{2{,}25^2 \cdot 3{,}14}{2}$$

$$F = 7{,}9^{\text{m}^2}$$

$$J_2 = 9{,}6 + 7{,}9\,(11{,}9 - 0{,}9) = 96{,}6^{\text{m}^4}.$$

Es ist demnach

$$J_y = \frac{b \cdot h^3}{12} + 2\,J_2$$

$$J_y = 47 + 2 \cdot 96{,}6 = 240^{\text{m}^4}.$$

Der Flächeninhalt des ganzen Querschnittes:

$$F_1 = b \cdot h + r^2 \pi$$

$$F_1 = 5{,}0 \cdot 4{,}5 + 2{,}25^2 \cdot 3{,}14$$

$$F_1 = 38{,}4^{\text{m}^2}.$$

Dann ist

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F_1}} = \sqrt{\frac{60}{38{,}4}} = 1{,}25^{\text{m}}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F_1}} = \sqrt{\frac{240}{38{,}4}} = 2{,}50^{\text{m}}.$$

Der Kern dieses Querschnittes ist eine Parabel.

Nach Gleichung 4 ist:

$$k \cdot F = W = \frac{J}{e}$$

$$k_1 = \frac{J_x}{e_x \cdot F_1} = \frac{60}{2{,}25 \cdot 38{,}4} = 0{,}67^{\,m}$$

$$k_2 = \frac{J_y}{e_y \cdot F_1} = \frac{240}{4{,}75 \cdot 38{,}4} = 1{,}22^{\,m}.$$

Hiernach läfst sich der Kern konstruieren nach der Gleichung:

41) $$y^2 = 2px$$

wobei $y = 0{,}67^{\,m}$ und $x = 1{,}22^{\,m}$ ist.

$$N = 2190^{\,t}; \quad F_1 = 38{,}4^{\,m^2}$$

$$S_1 = \frac{N}{F_1} = \frac{2\,190\,000}{384\,000} = 5{,}7^{\,kg/cm^2}.$$

Der Querschnitt von Fuge 3 ist wiederum ein Rechteck, also

$$S_1 = \frac{N}{F}$$

wobei $N = 2800^{\,t}$; $F = 8{,}0 \cdot 11{,}0 = 88^{\,m^2}$

$$S_1 = \frac{2\,800\,000}{880\,000} = 3{,}2^{\,kg/cm^2}.$$

Wird dieser Wert in der Mitte aufgetragen und dieser Punkt mit dem der Nulllinie verbunden, so erhält man wiederum die Verteilung der Spannungen des Querschnittes wie in Fuge 1.

Statische Untersuchung der Widerlager.

Für das Widerlager wird selbstverständlich ein vorläufiger Querschnitt angenommen und, wenn dieser nicht ausreicht, solange geändert, bis die Beanspruchung nicht mehr überschritten wird. Bei der statischen Untersuchung kommen in Frage:

1. das Eigengewicht des Gewölbes,
2. die ungünstigste Verkehrslast,
3. die Belastungen, welche auf das Widerlager direkt wirken,
4. das Eigengewicht des Widerlagers,
5. der Erddruck.

Für den Erddruck sind die Grenzen des Reibungswinkels:

$$\varphi = 30^0 \div 45^0.$$

Und zwar werden die Kantenpressungen in 1 gerechnet:

für $\varphi = 45^0$ (ohne Verkehrslast)

Die Kantenpressungen in 2:

für $\varphi = 30^0$ (mit Verkehrslast)

1^{cbm} Erde $= 1800^{kg}$.

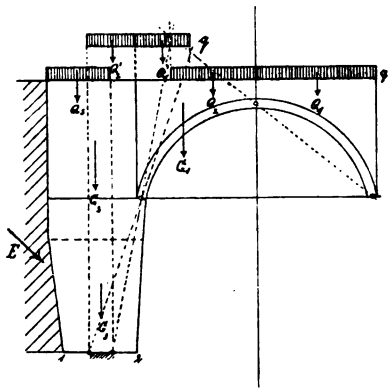


Abb 37.

Die Belastungen des Gewölbes und Widerlagers für die ungünstigste Kantenpressung in 1 bezw. 2 ersehe man aus Abb. 37 und Tafel III.

Einiges über die Ermittelung des Erddruckes.

Die Gröfse des Erddruckes ist abhängig:

1. von dem Reibungswinkel φ,
2. von der Kohäsion (allerdings selten),
3. von dem Gewicht der Erde.

Reibungswinkel von Erde auf Mauerwerk $= \varphi_1$.

Setzt man $\varphi_1 = \varphi$, so erhält man folgende Ermittelung des Erddruckes (Abb. 38 Rebhan'scher Satz).

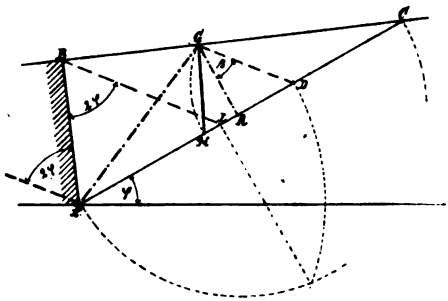


Abb. 38.

Hier ist $GD = DH$

$\Delta DGH =$ Erddruck E in ^{cbm} auf $1{,}0^{m}$ Tiefe.

$$E : P = DG : AD$$

und da $DG = DH$ ist

$$E : P = DH : DA,$$

ferner

$$\Delta DGH : \Delta DGA = DH : DA$$

$$\Delta DGA = P$$

und $DH : DA = E : P$, folglich

42) $$\Delta DGH = E.$$

Für die Untersuchung des Widerlagers sind zwecks Vereinfachung der Rechnung folgende Annahmen gemacht:

1. Wagerechte Abgleichung,
2. AB ist senkrecht,
3. $\varphi_1 = 0$ (Reibungswinkel von Erde auf Mauerwerk).

Dann ist

$$E = \frac{h^2}{2} tg^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) \text{ in cbm pro } 1{,}0\,\text{m Tiefe.}$$

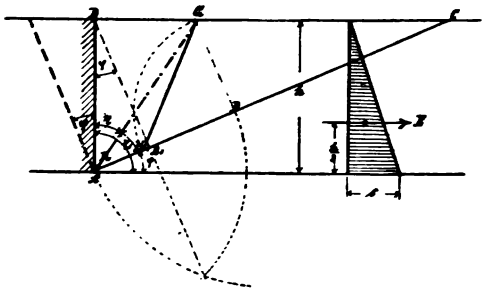


Abb. 39.

Bei Anwendung dieser Betrachtungen auf den Spezialfall, also mit den oben erwähnten Vereinfachungen (Abb. 39) erhält man:

$$\Delta ABG = \Delta AGD$$
$$\Delta ABG \cong \Delta AGD$$
$$AD = AB = h.$$

Ist nun

$$\eta = \eta_1 \quad \text{und}$$
$$\eta + \eta_1 = 90 - \varphi, \quad \text{so}$$
$$\eta = 45 - \frac{\varphi}{2}.$$

Der Erddruck:

$$E = \Delta DGH = \frac{DG \cdot DH}{2} \text{ in cbm}.$$

Da nun $DG = DH$, ist auch

$$DG = AD \cdot \text{tg} \cdot \left(45 - \frac{\varphi}{2}\right).$$

$AD = h$, also

$$DG = h \cdot \text{tg} \cdot \left(45 - \frac{\varphi}{2}\right),$$

folglich

$$E = \frac{h^2}{2} \text{tg}^2 \cdot \left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) \text{ in } ^{\text{cbm}} \text{ pro } 1{,}0^{\text{ m}} \text{ Tiefe}$$

oder

$$E = \gamma \frac{h^2}{2} \text{tg}^2 \cdot \left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) \text{ in } ^{\text{t}} \text{ pro } 1{,}0^{\text{ m}} \text{ Tiefe.}$$

$$\varphi = 20^0, \quad E = \frac{h^2}{4}^{\text{cbm}}$$

$$\varphi = 30^0, \quad E = \frac{h^2}{6} \text{ "}$$

$$\varphi = 37^0, \quad E = \frac{h^2}{8} \text{ "}$$

$$\varphi = 40^0, \quad E = \frac{h^2}{10} \text{ "}$$

$$\varphi = 45^0, \quad E = \frac{h^2}{12} \text{ "}$$

$$\varphi = 0 \text{ (Wasser).}$$

Die statische Untersuchung eines Widerlagers ist genau so, wie die des Mittelpfeilers. Allerdings ist hier für jede Fuge gesondert die ungünstigste Laststellung ermittelt (Tafel III).

Nach Ermittelung des Kämpferdruckes, welcher aus dem Auflagerdruck und dem Horizontalschub zusammengesetzt wird, erfolgt weiter die Zusammensetzung mit dem Eigengewichte des Widerlagers.

Rechnung des Erddruckes nach Gleichung 43 für Fuge 1 und 2.

Kantenpressung in 1:

$\varphi = 45^0$ (ohne Verkehrslast).

Kantenpressung in 2:

$\varphi = 30^0$ (mit Verkehrslast).

Fuge 1: $\operatorname{tg}^2 22{,}5^0 = 0{,}17$

$\operatorname{tg}^2 15^0 = 0{,}33$

$h_{min} = 15{,}45^{\,m}$

$h_{max} = 16{,}45^{\,m}$.

Für die Kantenpressung in 1:

$$E_{min} = \frac{h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$E_{min} = \frac{15{,}45^2}{2} \cdot 0{,}17 \text{ in } {}^{cbm} \text{ pro } 1{,}0^{\,m} \text{ Tiefe}$$

$$E_{min} = \frac{15{,}45^2}{2} \cdot 0{,}17 \cdot 4{,}5 \cdot 1{,}8 \text{ in } {}^{t} \text{ für die ganze Tiefe}$$

$E_{min} = 165^{\,t}$.

Für die Kantenpressung in 2:

$$E_{max} = \frac{h^2}{2} \cdot \operatorname{tg}^2 \cdot \left(45 - \frac{\varphi}{2}\right)^{cbm}$$

$$E_{max} = \frac{16{,}45^2}{2} \cdot 0{,}33 \cdot 4{,}5 \cdot 1{,}8 \text{ in } {}^{t} \text{ für die ganze Tiefe}$$

$E_{max} = 360^{\,t}$.

Fuge 2: $h_{min} = 18{,}45^{\,m}$

$h_{max} = 19{,}45^{\,m}$.

Für die Kantenpressung in 1:

$$E_{min} = \frac{18{,}45^2}{2} \cdot 0{,}17 \cdot 4{,}5 \cdot 1{,}8 \text{ in } {}^{t} \text{ für die ganze Tiefe}$$

$E_{min} = 235^{\,t}$.

Für die Kantenpressung in 2:

$E_{max} = \frac{19{,}45^2}{2} \cdot 0{,}33 \cdot 4{,}5 \cdot 1{,}8$ in ^{t} für die ganze Tiefe

$E_{max} = 505\ ^t$.

Nach der vereinfachten Rebhan'schen Rechnung des Erddruckes kann man die Werte von E als Inhalt eines rechtwinkligen Dreiecks ansehen, dessen Höhe $= h$ und dessen Grundlinie $s = h \cdot \mathrm{tg}^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right)$ ist. Der Angriffspunkt des Erddruckes liegt im Schwerpunkte (Abb. 39).

Es ist dann

$$E = \frac{h \cdot s}{2} = \frac{h^2}{2} \mathrm{tg}^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right)^{cbm}.$$

Ermittelung der Spannungen in den einzelnen Fugen.

Fuge 1: $F = h \cdot b = 6 \cdot 4{,}5 = 27\ ^{m^2}$

$N_{min} = 1752\ ^t$

$N_{max} = 1720\ ^t$

$\varepsilon_{min} = 0{,}37\ ^m$

$\varepsilon_{max} = 0{,}80\ ^m$

$$\sigma_{min} = \frac{N}{F}\left(1 \pm \frac{6\varepsilon}{h}\right)$$

$$\sigma_{min} = \frac{1752}{27 \cdot 10}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 0{,}37}{6}\right) = 8{,}9\ ^{kg/cm^2} \text{ bezw. } 4{,}1\ ^{kg/cm^2}$$

$$\sigma_{max} = \frac{1720}{27 \cdot 10}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 0{,}80}{6}\right) = 11{,}7\ \text{„} \quad \text{„} \quad 1{,}27\ \text{„}$$

Fuge 2: $F = b \cdot h = 8{,}0 \cdot 9{,}0\ ^{m^2}$

$N_{min} = 2415\ ^t$

$N_{max} = 2405\ ^t$

$\varepsilon_{min} = 0{,}83$

$\varepsilon_{max} = 0{,}40$

$$\sigma_{min} = \frac{2415}{72 \cdot 10}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 0{,}83}{9}\right) = 5{,}0\ ^{kg}/_{cm^2} \text{ bezw. } 1{,}5\ ^{kg}/_{cm^2}$$

$$\sigma_{max} = \frac{2405}{72 \cdot 10}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 0{,}40}{9}\right) = 4{,}2 \text{ „ „ } 2{,}45 \text{ „}$$

Die Darstellung dieser Werte ersehe man aus Tafel III.

Berechnung der Gelenke.

In neuerer Zeit werden vielfach die Bogenbrücken mit Gelenken in den Kämpfern und im Scheitel ausgebildet, um die Störungen im Gewölbe nach allen Richtungen zu beseitigen, und zwar:

1. Beim Nachgeben der Lehrgerüste.
   a) Weil dasselbe nie ganz vollkommen ausgeführt werden kann.
   b) Infolge des Eintrocknens der Holzteile.
   c) Infolge der elastischen Zusammendrückung der einzelnen Teile.
2. Wegen des elastischen Zusammendrückens des Gewölbemauerwerks.
3. Wegen des Ausweichens der Widerlager und Pfeiler.
4. Infolge der Temperaturänderungen.
5. Infolge Aufnahme oder Abgabe von Feuchtigkeit.

Das Nachgeben des Lehrgerüstes kann man schon zum Teil durch Anwendung einer bestimmten Mauerungsart unschädlich machen, wie z. B. Beginn des Mauerns von beiden Seiten, Bauen des Gewölbes in Ringen, späteres Schliefsen der gefährlichsten Fugen u. a. m.

Die Gelenke werden in Eisen, natürlichen Steinen oder künstlichen Steinen ausgeführt.

Bei vorliegendem Bauwerke sollen Granitgelenke verwendet werden.

Allgemeine Rechnung.

Die Berechnung von zwei aufeinander abrollenden Gelenken bei Stein- und Betonbrücken erfolgt nach Köpcke unter der Annahme, dafs sich die in der Berührungsfuge auftretende gröfste Zusammendrückung auf die Höhe h des Gelenksteines erstrecke, nur dafs die Pressungsfläche eine Ebene werde.

Die Zusammendrückung

43) $$\lambda = \sqrt[3]{\frac{9}{32}\,\frac{P^2 \cdot h^2}{R \cdot E^2}}.$$

$P =$ Druck auf das Gelenk.
$R =$ Krümmungsradius der Gelenkfläche.
$E =$ Elastizitätszahl.

Die Aufstellung der Gleichungen geschieht für Abb. 41. Die gefundenen Werte werden dann für die bei vorliegendem Bauwerke in Anwendung kommenden Gelenke, Abb. 40, übertragen.

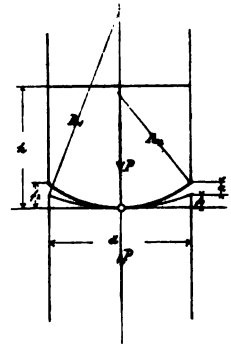


Abb. 40.

Nach Abb. 41 ist:

$$R^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2 = (R - f)^2$$

hieraus

44) $$R = \frac{d^2}{8f}$$

wobei $R =$ Krümmungshalbmesser,
$d =$ Gewölbestärke,
$f =$ Anfang der Krümmung bis Mitte Gelenk.

Die Breite der Eindrückung $= 2 \cdot s$.
Die Zusammendrückung $= \lambda$.

Dann ist:

45) $$s^2 = \lambda\,(2R - \lambda)$$

45a) $$s = \sqrt{2R\lambda}$$ (als Näherungswert).

Hieraus ist:

45b) $$R = \frac{s^2}{2\lambda}.$$

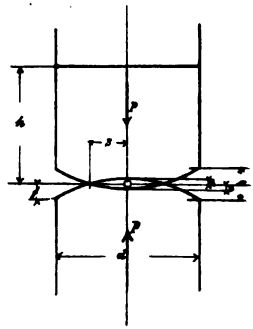


Abb. 41.

Nach der Elastizitätsgleichung verhält sich die größte Beanspruchung in der Berührungsfläche:

$$\sigma : E = \lambda : h = P : F \cdot E$$

46) $$\sigma = \frac{\lambda}{h} \cdot E = \frac{P}{F}.$$

Mithin ergibt sich:

46a) $$P = \frac{\lambda}{h} \cdot F \cdot E.$$

Die Druckverteilung ist eine Parabel, demnach:

46b) $$F = \frac{2}{3} \cdot 2s \cdot 1.$$

Dann ist

47) $$P = \frac{\lambda}{h} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot s \cdot E.$$

Hieraus ergibt sich:

47a) $$s = \frac{3}{4} \cdot \frac{P \cdot h}{E \cdot \lambda}.$$

Durch Einsetzung dieses Wertes in Gleichung 45a erhält man

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{P^2 h^2}{E^2 \lambda^2} = 2R \cdot \lambda$$

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{9}{32} \cdot \frac{P^2 \cdot h^2}{R \cdot E^2}}.$$

Nach Abb. 41 ist $a = 2f$.

Rechnung der Gelenke im Scheitel.

Gewölbestärke $d = 70^{cm}$.

Höhe der Gewölbesteine $h = 70^{cm}$.

Die Breite der Zusammendrückung $2s = \frac{d}{5}$, da sonst der Reibungswiderstand zu grofs wird, und dadurch Momente auftreten.

$$2s = \frac{d}{5} = \frac{70}{5} = 14^{cm}; \quad s = 7^{cm}.$$

Der Horizontalschub für volle Belastung:

$$H = 118^{t} \text{ pro } 1{,}0^{m} \text{ Tiefe.}$$

Die Kraft für 1^{cm} Tiefe:

$$P = 1180^{kg}.$$

Die Elastizitätszahl für Granit:

$$E = 250\,000^{kg/cm^2}.$$

Die Druckfestigkeit der hier zu verwendenden Granitsteine sei

$$D = 1200^{kg/cm^2}.$$

Bei 9facher Sicherheit ist die Druckbeanspruchung

$$\sigma = \frac{1200}{9} = 133^{kg/cm^2}.$$

Nach Abb. 41 und unter Benutzung der vorher entwickelten Gleichungen ist:

$$\sigma = \frac{3}{4}\frac{P}{s} \left(\text{aus Gleichung 47 für } \lambda = \frac{\sigma h}{s}\right)$$

$$\sigma = \frac{3}{4} \cdot \frac{1180}{7} = 113^{kg/cm^2}$$

$$\lambda = \frac{\sigma h}{E} = \frac{120 \cdot 70}{250\,000} = 0{,}034^{cm}.$$

Dann ist aus Gleichung 45

$$R = \frac{s^2}{2\lambda} = \frac{7 \cdot 7}{2 \cdot 0{,}034} = 720^{cm}.$$

Aus Gleichung 44 ergibt sich

$$f = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2R} = \frac{35^2}{2 \cdot 720} = 0{,}85 \text{ cm}$$

$$a = 2f = 1{,}70 \text{ cm}.$$

Nachdem nun a berechnet ist, läfst sich auch die Berechnung für Abb. 40 ermitteln, also für die bei diesem Bauwerke in Anwendung kommenden Gelenke. Der kleinere Radius wird angenommen und der gröfsere danach ermittelt.

Es sei der kleinere Radius:

$$R_2 = 200 \text{ cm}.$$

Dann ist:

$$f_2 = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2 \cdot R_2} = \frac{35^2}{2 \cdot 200} = 3{,}06 \text{ cm}$$

$$a = f_2 - f_1.$$

Da $a = 1{,}7$ cm ist, folgt für

$$f_1 = f_2 - a$$

$$f_1 = 3{,}06 - 1{,}7 = 1{,}36 \text{ cm}.$$

Dann ist:

$$R_1 = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2 \cdot f_1} = \frac{35^2}{2 \cdot 1{,}36} = 450 \text{ cm}.$$

Rechnung der Gelenke in den Kämpfern.

$$h = d = 80 \text{ cm} \text{ (Abb. 40)}$$

$$2s = \frac{d}{5} = 16 \text{ cm}$$

$$s = 8 \text{ cm}.$$

Der gröfste Kämpferdruck, also der für volle Belastung:

$$K = 180 \text{ t} \text{ für } 1{,}0 \text{ m} \text{ Tiefe.}$$

Die Kraft für 1 cm Tiefe:

$$P = 1800\ ^{kg}.$$

Die Druckbeanspruchung der hier zu verwendenden Granitgelenke:

$$D = 1600\ ^{kg}/_{cm^2}.$$

Bei 9facher Sicherheit ist die Druckbeanspruchung:

$$\sigma = \frac{1600}{9} \leqq 178\ ^{kg}/_{cm^2}.$$

Es ist wie vor:

$$\sigma = \frac{3}{4} \cdot \frac{P}{s}$$

$$\sigma = \frac{3}{4} \cdot \frac{1800}{8} = 169\ ^{kg}/_{cm^2}.$$

Die Zusammendrückung:

$$\lambda = \frac{\sigma \cdot h}{E} = \frac{169 \cdot 80}{250000} = 0{,}054\ ^{cm}.$$

Der Krümmungsradius:

$$R = \frac{s^2}{2\lambda} = \frac{8 \cdot 8}{2 \cdot 0{,}054} = \text{rd } 595\ ^{cm}$$

$$f = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2R} = \frac{40^2}{2 \cdot 595} = 1{,}34\ ^{cm}$$

$$a = 2f = 2 \cdot 1{,}34 = 2{,}68\ ^{cm}.$$

Es wird jetzt wiederum bei Anwendung der gerechneten Werte auf vorliegenden Fall (Abb. 40) der eine Radius angenommen und der andere dann ermittelt.

$$R_2 = 150\ ^{cm}.$$

Dann ist:

$$f_2 = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2R_2} = \frac{40^2}{2 \cdot 150} = 5{,}66\ ^{cm}$$

$$a = f_2 - f_1 = 2{,}68\ ^{cm},$$

folglich ist:

$$f_1 = f_2 - a = 5{,}66 - 2{,}68 = 2{,}98\ ^{cm}.$$

Somit ergibt sich:

$$R_1 = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2f_1} = \frac{40^2}{2 \cdot 2{,}98} = \text{rd } 265 \text{ cm}.$$

Das Lehrgerüst.

Die auf das Lehrgerüst wirkenden äußeren Kräfte sind die aus der Gewölbelast herrührenden Drücke und die dadurch in den festen Stützpunkten des Lehrgerüstes hervorgerufenen Stützenwiderstände. Diese Stützenwiderstände sind aus jenen Drücken zu ermitteln. Die Spannkräfte der einzelnen Konstruktionsteile werden nach den statischen Regeln berechnet.

Es handelt sich hier zunächst um die Kenntnis des Druckes, den das Gewölbe an irgend einer Stelle des Kranzes auf das Lehrgerüst ausübt.

Sobald die Grenzwerte dieses Druckes in jedem Knotenpunkte des Kranzes bekannt sind, läßt sich das Tragwerk eines Binders ähnlich wie dasjenige eines Brückenträgers berechnen.

1. Untersuchung auf Druck:

48) $$P = F \cdot \sigma$$

wobei

$\sigma = 50 \div 75 \text{ kg/cm}^2$ für Weichholz
$\sigma = 70 \div 110 \text{ kg/cm}^2$ für Hartholz.

2. Untersuchung auf Knickfestigkeit:

Nach der Euler'schen Knickformel ist

49) $$P \leqq C \cdot m \frac{J \cdot E}{l^2}$$

wobei:

$P =$ wirkende Kraft

$C =$ Sicherheitswert für Holz $= \frac{1}{10}$

$m =$ Lagerung der Stützen

$J =$ Trägheitsmoment

$l =$ Knicklänge

$E =$ Elastizitätszahl

$E = 100\ ^{t}/_{cm^2}$ für Weichholz

$E = 110\ ^{t}/_{cm^2}$ für Hartholz.

Nach Abb. 42 wird die senkrechte Kraft G des Schlufssteines zerlegt in die Normale N senkrecht zu der

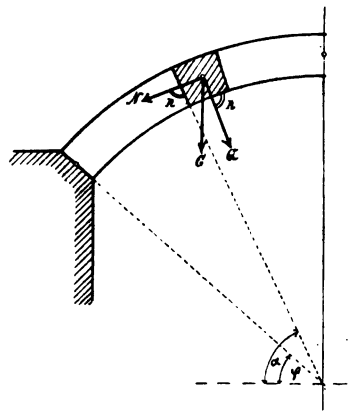


Abb. 42.

Verbindungsfuge und in die Normale Q senkrecht zu der unteren Leibung. Q mufs vom Lehrgerüst aufgenommen werden, während N das Gewölbe beansprucht (Abb. 42).

$$N = G \cdot \cos \alpha$$

$$Q = G \cdot \sin \alpha .$$

Das Lehrgerüst selbst hat die Kraft R aufzunehmen.

50) $$R = G \cdot \cos\alpha - f \cdot G \cdot \sin\alpha .$$

Die Reibungsziffer von Stein auf Stein:

$$f = \operatorname{tg}\varphi' = 0{,}3 \div 0{,}57 .$$

Ist $\varphi' = 26\,^{\circ}\,30'$, so

$$\operatorname{tg}\varphi' = 0{,}5,$$

also $$f = 0{,}5 .$$

Ermittelung der Belastungsfläche für das Lehrgerüst.

Der senkrechte Druck für eine Wölbtiefe $= 1$ (Abb. 43).

51) $$p = \gamma \cdot d \cdot \sin\alpha$$

wobei

$\gamma =$ Gewicht von 1 cbm Gewölbemauerwerk

$d =$ Gewölbestärke

$\alpha =$ Winkel, den die Mittellinie des Steines mit der Wagerechten einschliefst.

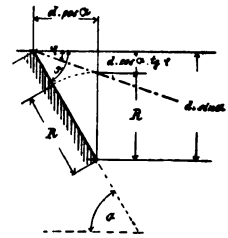


Abb. 43.

Der gröfste Druck wird in der obersten der versetzten Schichten stattfinden.

Die Druckhöhe R ist der an irgend einer Stelle auf die Flächeneinheit der Schalung normal zur inneren Leibungsfläche wirkende gröfste Druck auf das Lehrgerüst.

Diese Druckhöhe ergibt sich durch Rechnung aus dem Gleichgewichtszustande der obersten Gewölbeschicht:

$$R = d\sin\cdot\alpha - d\cos\alpha \cdot \operatorname{tg}\varphi'$$

$$R = d\sin\alpha - \frac{d\cos\alpha \cdot \sin\alpha \cdot \operatorname{tg}\varphi'}{\sin\alpha}$$

52) $$R = d\sin\alpha \cdot (1 - \operatorname{ctg}\alpha \operatorname{tg}\varphi') .$$

Der obere Grenzwert der Druckhöhe wird im Scheitel erreicht für $\alpha = 0$, dann ist:

52a) $$R_{max} = \gamma \cdot d.$$

Graphische Ermittelung der Druckhöhen.

Man zerlegt die untere Leibung in beliebige Teile und zieht von dem in der äufseren Leibungslinie liegenden Punkt der Fuge eine Parallele zu dem Schenkel des gewählten Winkels φ'. Diese schneidet die durch den unteren Leibungspunkt der Fuge gelegte Senkrechte, und man erhält so die Druckhöhe R (Abb. 43). Die ermittelte Druckhöhe wird immer auf der Fuge abgetragen, und man erhält dann durch Verbindung dieser Punkte die Belastungsfläche für das Lehrgerüst. Ist $\alpha = \varphi'$ (ermittelter Reibungswinkel von Stein auf Stein), so ist $R = 0$.

Die meisten Lehrgerüste sind nach freitragendem System gebaut. Man wählt auch wohl das schwebende Lehrgerüst und bei hohen Viadukten sogenannte Konsolträger.

Im vorliegenden Falle ist ein freitragendes Lehrgerüst gewählt.

Hierzu werden verwendet:

1. Schalhölzer,
2. Querträger (Felgen),
3. Unterzüge,
4. Stützen.

Das Lehrgerüst, auf Pfählen ruhend, ist für eine Beanspruchung des Holzes von 80 $^{kg}/_{cm^2}$ berechnet. Es ist die bemerkenswerte Erfahrung gemacht worden, dafs Holz senkrecht zur Längsfaser weit weniger beansprucht werden darf, als dieses in der Richtung der Faser zulässig ist.

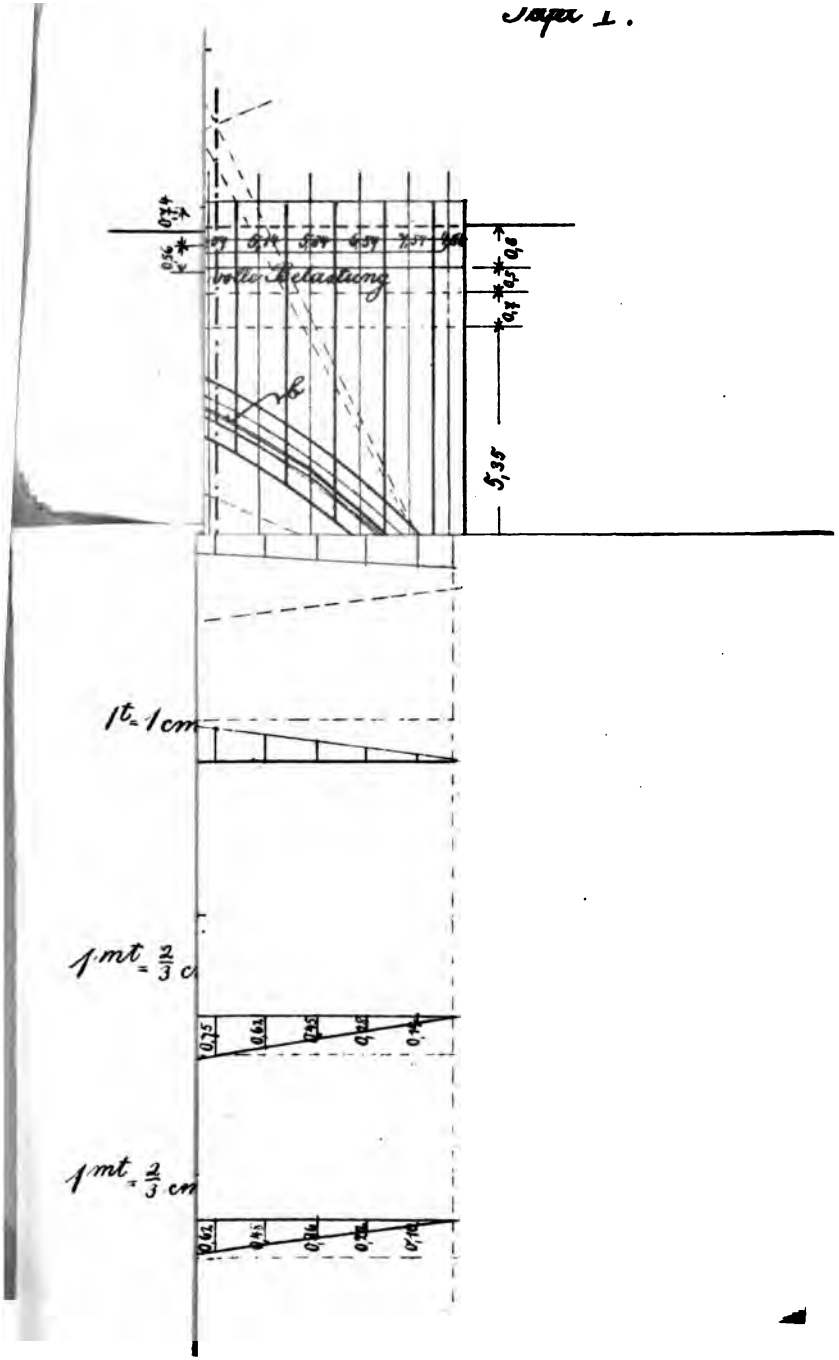
Nachdem durch das Betonieren des Gewölbes eine gleichmäfsige Verteilung auf das Lehrgerüst erreicht ist, kann der Schlufs des Gewölbes zuerst an den Gelenken und zuletzt an den Bruchfugen erfolgen.

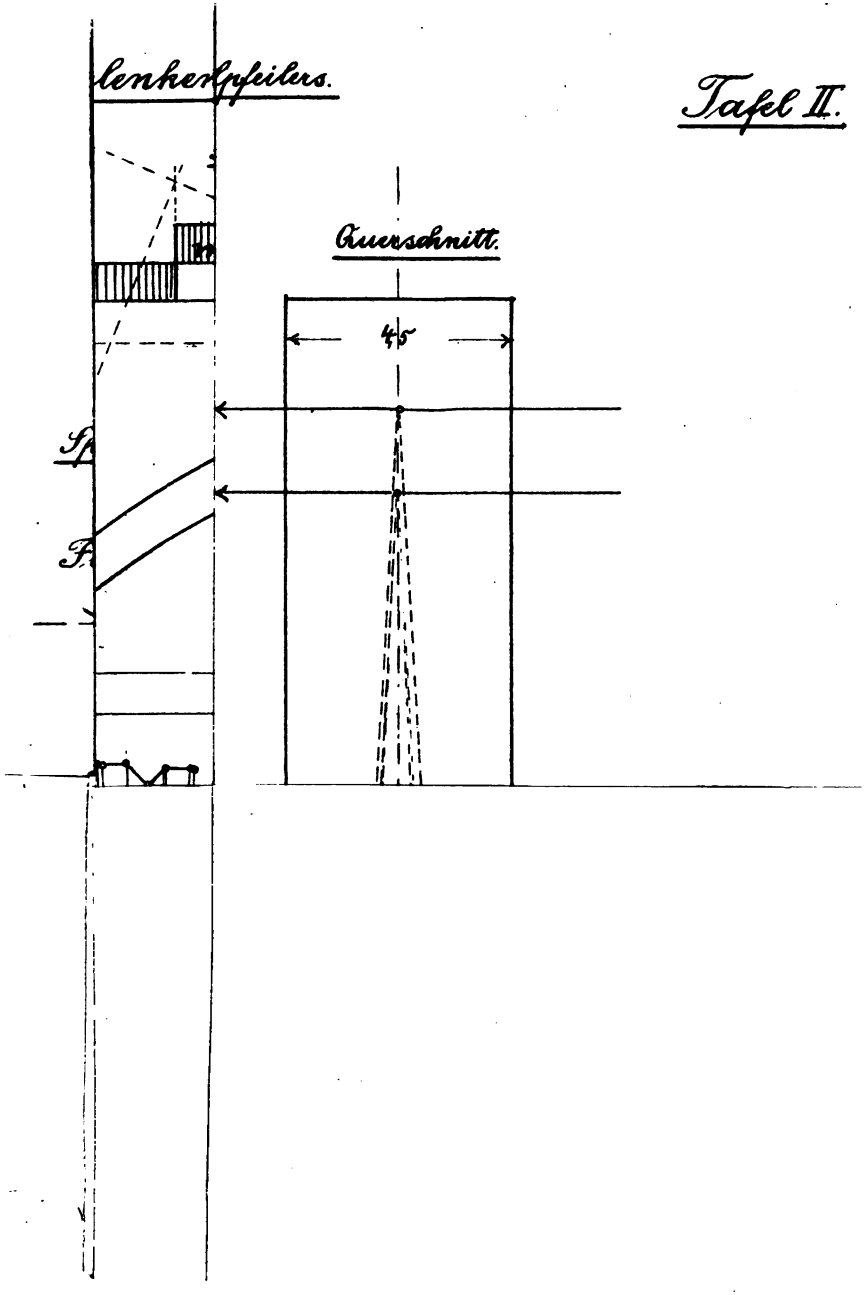
Als Ausrüstungsgegenstände zum Absenken des Lehrgerüstes dienen:

1. Keile für kleinere Bauten,
2. Sandtöpfe oder Spindeln für gröfsere Bauten.

Die Sandtöpfe sind nur an trockenen Stellen zu verwenden. Um eine etwaige Erhebung zu ermöglichen, werden auf die Sandtöpfe oder Schrauben noch Keile gelegt, die sich dann beliebig einstellen lassen.

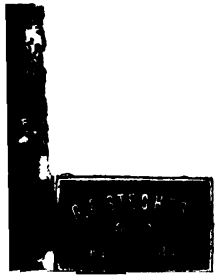
Tafel I.




lenkerpfeilers.
Tafel II.
Querschnitt.
45

89078542164

b89078542164a

89078542164

b89078542164a